

OLIMPIADA DE MATEMATICĂ
ETAPA LOCALĂ 21.02.2016

CLASA a V-a

SUBIECTUL 1

Determinați toate numerele naturale nenule care împărțite la 17 dau câtul egal cu restul și împărțite la 23 dau, de asemenea, câtul egal cu restul.

G.M.

SUBIECTUL 2

- a) Fie numerele: $a = 7^7 + 7^7 + 77$ și $b = 7 + 7$. Aflați restul împărțirii numărului a la b .
b) Se poate scrie numărul $N = 1 + 6 + 6 \cdot 7 + 6 \cdot 7^2 + \dots + 6 \cdot 7^{76}$ folosind numai trei cifre de 7 ?

R.M.T.

SUBIECTUL 3

- a) Arătați că egalitatea $x^2 + y^3 = z^5$ este verificată pentru $x = 2^{12}$, $y = 2^8$, $z = 2^5$.
b) Arătați că există o infinitate de numere naturale x , y , z pentru care $x^2 + y^3 = z^5$.

SUBIECTUL 4

- a) Scrieți trei numere de forma \overline{abca} divizibile cu 13.
b) Câte numere de forma \overline{abca} sunt divizibile cu 13 ?

Prof. Damian Marinescu

NOTĂ: Toate subiectele sunt obligatorii.
Fiecare subiect este notat cu 7 puncte.
Timp de lucru: 2 ore.

OLIMPIADA DE MATEMATICĂ
ETAPA LOCALĂ 21.02.2016

CLASA a VI-a

SUBIECTUL 1

- a) Arătați că numărul 53361 este pătrat perfect și se divide cu 33.
b) Câte numere de forma \overline{abcde} sunt pătrate perfecte și se divid cu 33 ?

S.G.M.

SUBIECTUL 2

- a) Calculați $\frac{9^5 + 8 \cdot 3^5 + 12}{3^6 + 6}$.
- b) Arătați că pentru orice număr natural nenul n , numărul $\frac{9^n + 8 \cdot 3^n + 12}{3^{n+1} + 6}$ este natural.

R.M.T.

SUBIECTUL 3

Fie unghiurile AOB, BOC, COD, DOE, EOA în jurul punctului O, astfel încât $1 \cdot m(\angle AOB) = 2 \cdot m(\angle BOC)$, $3 \cdot m(\angle COD) = 4 \cdot m(\angle DOE)$, $5 \cdot m(\angle DOE) = 6 \cdot m(\angle EOA)$.
Dacă semidreapta [OA și bisectoarea unghiului COD formează un unghi alungit, aflați măsurile celor cinci unghiuri.

SUBIECTUL 4

Se consideră triunghiul obtuzunghic isoscel ABC de bază [BC].
Pe bisectoarea unghiului C se ia punctul M, iar pe bisectoarea unghiului B se ia punctul N, astfel încât $m(\angle BMC) = m(\angle BNC) = 90^\circ$. Dacă $BM \cap AC = \{Q\}$, $CN \cap AB = \{P\}$, $BM \cap CN = \{D\}$, iar E este mijlocul laturii [BC], demonstrați:

a) $[BP] \equiv [BC] \equiv [QC]$.
b) Punctele D, A, E sunt coliniare.

Prof. Damian Marinescu

NOTĂ: Toate subiectele sunt obligatorii.
Fiecare subiect este notat cu 7 puncte.
Timp de lucru: 2 ore.

OLIMPIADA DE MATEMATICĂ
ETAPA LOCALĂ 21.02.2016

CLASA a VII-a

SUBIECTUL 1

- a) Arătați că egalitatea $\frac{1}{x+1} + \frac{2}{y+2} = \frac{1}{10}$ este verificată pentru $x=14$ și $y=58$.

Dați alt exemplu de numere naturale pentru care egalitatea este verificată.

- b) Dacă x și y sunt numere raționale pozitive și $\frac{1}{x+1} + \frac{2}{y+2} = \frac{1}{10}$, calculați valoarea

expresiei $\frac{x}{x+1} + \frac{y}{y+2}$.

SUBIECTUL 2

Se consideră ecuația: $9^x + 27^y = z(z+1)$ unde x, y, z sunt numere naturale.

- a) Găsiți trei soluții ale ecuației date.
b) Arătați că ecuația dată are o infinitate de soluții.

S.G.M.

SUBIECTUL 3

Fie M mijlocul laturii $[BC]$ a paralelogramului $ABCD$. Demonstrați că dacă $\angle MDC \equiv \angle MAB$, atunci $ABCD$ este dreptunghi.

R.M.T.

SUBIECTUL 4

Fie triunghiul ABC cu $AB = 27$ cm, $BC = 30$ cm, $AC = 33$ cm și $[AD]$ bisectoarea unghiului A , $D \in (BC)$.

- a) Aflați BD și DC .
b) Dacă $M \in (AD)$, astfel încât $\frac{AM}{MD} = \frac{5}{6}$ și $BM \cap AC = \{N\}$, aflați AN .

Prof. Damian Marinescu

NOTĂ: Toate subiectele sunt obligatorii.
Fiecare subiect este notat cu 7 puncte.
Timp de lucru: 3 ore.

**OLIMPIADA DE MATEMATICĂ
ETAPA LOCALĂ 21.02.2016**

CLASA a VIII-a

SUBIECTUL 1

- a) Scrieți trei numere reale x, y, z , unul să fie rațional negativ, iar celelalte două să fie iraționale, astfel încât $x^2 + y^2 + z^2 = 27$.
- b) Fie x, y, z numere reale, astfel încât $x^2 + y^2 + z^2 = 27$. Arătați că $|x + y + z| \leq 9$.

G.M.

SUBIECTUL 2

- a) Dacă x este număr real și $x(x + 1) = 12$, calculați valoarea expresiei $E(x) = x^4 + 2x^3 + 2x^2 + x$.
- b) Arătați că $A = \sqrt{a^4 + 2a^3 + 2a^2 + a}$ este irațional, oricare ar fi a număr natural nenul.

S.G.M.

SUBIECTUL 3

Fie cubul $ABCD A'B'C'D'$ cu muchia de lungime 10 cm. Dacă M este mijlocul muchiei $[B'C']$, iar N este mijlocul muchiei $[C'D']$, aflați distanța de la punctul C' la planul (ABM) și cosinusul unghiului format de dreptele AM și BN .

SUBIECTUL 4

Într-o prismă triunghiulară regulată $ABCA'B'C'$ raportul dintre latura bazei și înălțime este $\sqrt{2}$. Se notează cu M mijlocul muchiei $[BC]$. Arătați că $B'C \perp C'A$ și $(B'AC) \perp (AMC')$.

Prof. Damian Marinescu

NOTĂ: Toate subiectele sunt obligatorii.
Fiecare subiect este notat cu 7 puncte.
Timp de lucru: 3 ore.